Modélisation de la propagation du champ électromagnétique généré par les éclairs Propagation Model of electromagnetic field generated by lightning

Garcia G.*, Millet C.**, Farges T.***

*CEA, DAM, DIF, geraldine.garcia@cea.fr **CEA, DAM, DIF, christophe.millet@cea.fr ***CEA, DAM, DIF, thomas.farges@cea.fr

Résumés

Nous nous intéressons à la propagation des signaux électromagnétiques générés par les éclairs, dans la gamme de fréquence 1 kHz - 1MHz. Nous développons un modèle de propagation qui prend en compte à la fois l'onde de sol se propageant dans un milieu homogène et l'onde de ciel qui se réfléchit dans l'ionosphère. Nous introduisons les effets de rotondité de la terre et de conductivité du sol. Nous disposons également de mesures. La distribution des stations et la période d'acquisition des données permettent d'envisager des études statistiques et physiques sur l'influence des conductivités sur la propagation des ondes.

We are interested in the propagation of the VLF electromagnetic signals generated by lightning, in the frequency range 1 kHz - 1 MHz. In order to perform this study, we develop a propagation model taking into account the ground wave which propagates in a homogeneous medium and sky wave which is reflected by the ionosphere. We introduce the sphericity of the Earth and the conductivities. We also have measurement data at our disposal. The station distribution and the acquisition period allow us to consider statistical and physical studies, such as the influence of the electric conductivity over the wave propagation.

Mots clés : électromagnétisme, modèle de propagation, méthode spectrale

Key words: electromagnetic propagation model spectral method

Introduction

Les éclairs sont de loin la plus importante source naturelle d'ondes VLF au sol. De nombreux scientifiques ont contribués à l'étude de la propagation d'onde dans le guide d'onde Terre/ionosphère. Parmi ceux-ci, K.G. Budden a résumé les différentes théories [1]. J.R. Wait est certainement l'auteur le plus prolifique dans ce domaine. Il a résolu de nombreux problèmes fondamentaux de manière analytique [2] et a analysé des problèmes plus réalistes grâce aux études numériques [3]. La théorie de la propagation VLF-LF est bien établit mais de nombreuses techniques numériques existent. Quelques unes d'entre elles sont basées sur les modes de guide d'onde avec des formulations numériques ou analytiques [4]. Les modèles de différences finies dans le domaine temporel (Finite Difference Time Domain) sont largement employés. Les méthodes d'éléments finis ont également été employées [5].

Dans cette étude, nous développons une méthode spectrale qui ne requière pas d'approximations analytiques. Une campagne de mesures des perturbations électromagnétiques générées par les éclairs a eu lieu entre Septembre et Décembre 2008. Les formes d'onde ont été enregistrées à partir de quatre stations de mesure, disposées sur le territoire français et éloignées d'au plus 870 km. La disposition des stations de mesure et l'étendue de la période d'acquisition permettent d'envisager des études statistiques et physiques, par exemple en étudiant l'incidence de la conductivité électrique du sol sur la propagation des ondes. Nous développons un modèle de propagation du signal électromagnétique dans la gamme 1 kHz – 1 MHz. Dans cette gamme, nous devons tenir compte de l'onde de sol qui se propage dans un milieu homogène et de l'onde de ciel qui se réfléchit dans

l'ionosphère. Nous allons tout d'abord décrire le principe du modèle puis nous montrerons des exemples de validation et de comparaison.

1. Le modèle numérique

Le modèle de propagation utilisé dans cette étude s'appuie sur la méthode des modes normaux, et consiste à décomposer chaque composante E_i du champ électromagnétique sur une base de modes propres. Pour chaque fréquence, ici supposée dans la gamme 1 kHz-1 MHz, les modes du guide d'onde atmosphérique sont obtenus à partir de l'équation de Helmholtz

$$\frac{d^{2}E_{i}}{dz^{2}} + G_{ij}(k, \omega, n_{e})E_{j} = 0$$
 (1)

issue des équations de Maxwell, où k, ω et $n_e(z)$ représentent respectivement le nombre d'onde, la pulsation et le profil de densité électronique, vu comme une fonction de l'altitude z. Moyennant certaines hypothèses simplificatrices, on peut montrer que la matrice G_{ij} se réduit à une matrice diagonale, de sorte que l'équation (1) ne fait plus intervenir de terme de couplage entre les composantes E_i .

Pour une pulsation ω donnée, on obtient un problème aux valeurs propres (k étant la valeur propre)

$$\frac{d^2 E_i}{dz^2} + G_i(k, \omega, n_e) E_i = 0 \tag{2}$$

d'où on déduit que la perturbation peut s'écrire sous la forme générale

$$E_{i} = \sum_{n} \frac{\hat{E}_{n}(z)\hat{E}_{n}(h)}{F_{n}(k_{n})} K_{n}(r)$$
(3)

où h est l'altitude de la source (l'éclair), supposée ponctuelle, et \widehat{E}_n désigne la fonction propre associée à la valeur propre k_n . Dans l'expression (3), la quantité F_n est un facteur qui dépend de la manière dont la fonction propre a été normalisée. L'expression du terme propagateur K_n est connue dès lors que le système de coordonnées est fixé. En coordonnées cylindriques, on retrouve la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro $K_n(r) = H_0^{(1)}(ik_n r)$, où r est la distance à la source.

Etant donné un profil $n_e(z)$, l'approche modale permet de caractériser la contribution de chaque guide d'onde dans la composante E_i et en particulier d'isoler les contributions provenant d'altitudes différentes, via la notion de fonction propre.

Un des intérêts pratiques de cette approche est qu'une fois les valeurs et fonctions propres calculées, l'obtention d'un signal à une distance r de la source ne demande plus que le calcul d'une somme, ce qui, d'un point de vue numérique est particulièrement économique.

La résultante E_i dans l'équation (3) est analogue à ce qu'on appelle parfois l'onde de ciel, en référence aux techniques issues de l'optique géométrique qui permettent d'associer un rayon optique à une onde électromagnétique.

Toutefois, le calcul montre qu'aux distances inférieures à la centaine de kilomètres, l'onde de ciel est dominée par une arrivée directe, dite onde de sol, dont une expression analytique est donnée par Maclean et Wu [6] et Wait [7], sous une forme similaire à l'équation (3). Cette approche prend en compte les conductivités électriques et considère aussi le fait que la Terre est sphérique ce qui nous permet de traiter la propagation transhorizon.

2. Comparaison des deux approches

La figure 1 gauche représente l'atténuation des ondes de sol pour la gamme de fréquences considérées en fonction de la distance à la source. Nous vérifions que plus la fréquence est élevée, plus l'atténuation est importante. Sur la figure 1 à droite, nous représentons l'atténuation en fonction de la distance à la source pour différentes conductivités :

Nature du sol	Permittivité relative	Conductivité (S/m)
Sol sec	3	0.0001
Sol humide	30	0.01
Sol de [6]	4	0.01
glace	3	0.00001

Nous constatons que la conductivité est le facteur déterminant dans l'atténuation car il existe une très faible différence entre la propagation sur sol humide et le sol utilisé dans [6] qui possède la même conductivité. Plus la conductivité est faible, plus l'atténuation est importante.

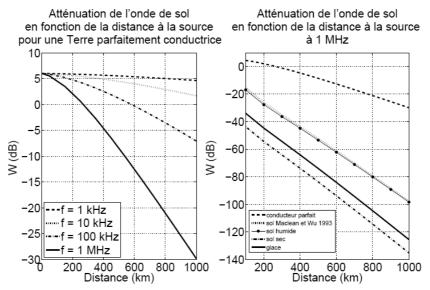


Figure 1 : Amplitude du facteur d'atténuation en fonction de la distance à la source pour différentes fréquences (à gauche) et à 1 MHz pour différentes conductivités (à droite).

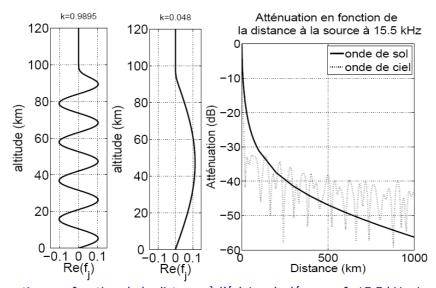


Figure 2 : Atténuation en fonction de la distance à l'éclair calculée pour f=15.5 kHz. Les ondes de sol et de ciel sont respectivement représentées par une ligne pleine et en pointillés. Sur la gauche, deux fonctions propres associées à l'onde de ciel sont représentées.

La figure 2 illustre les contributions respectives des ondes de ciel et de sol pour une distance à la source comprise entre 0 et 1000 km. On note que les deux arrivées sont du même ordre de grandeur

pour des distances de propagation de l'ordre de quelques centaines de kilomètres. Du point de vue numérique, les modes sont obtenus à partir d'une méthode de collocation spectrale [7] et l'atténuation est obtenue à partir du rapport de Ei à une valeur de référence. Le modèle numérique pour l'onde de ciel a été validé sur un cas simple de profil de densité électronique affine par morceaux, pour lequel une solution analytique est disponible.

3. Conclusion

Nous avons développé un modèle de propagation de signaux VLF sur des distance de propagation allant jusqu'à 1000 km. Ce modèle tient compte des effets de conductivité et des effets de la rotondité dans le cas de l'onde de sol. L'intérêt de l'approche modale est de permettre des études de sensibilité pour un coût limité, par exemple, en faisant intervenir la notion de pseudo-spectre d'opérateur issue de la théorie du contrôle optimal. Compte tenu de la méconnaissance du profil de densité électronique au moment de l'éclair, de telles études se sont rapidement imposées dans le cadre du programme d'étude des éclairs à l'origine des présents travaux.

Références bibliographiques

- 1- Budden, K. G., The Propagation of Radio Waves, Cambridge: Cambridge University Press, 1985
- 2- Wait, J. R., Terrestrial propagation of very-low-frequency radio waves, a theoretical investigation, J. Res. Nat. Bureau Stand., 64D, 153, 1960.
- 3- Wait, J. R., and K. P. Spies, Influence of finite ground conductivity on the propagation of VLF radio waves, J. Res. Nat. Bureau Stand., 69D, 1359, 1965.
- 4- Budden, K. G., The Wave-Guide Mode Theory of Wave Propagation, London: Logos Press, 1961.
- 5- Baba, K., and M. Hayakawa, The effect of localized ionospheric perturbations on subionospheric VLF propagation on the basis of finite-element method, Radio Sci., 30, 1511, 1995.
- 6- T.S.M. Maclean and Z. Wu, Radiowave Propagation Over Ground, Chapman and Hall, 1993.
- 7- J.R. Wait, Propagation of Electromagnetic Pulses in Terrestrial Waveguides, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 13 (6) (1965), pp. 904–918.
- 8- C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni and T.A. Zang, Spectral Methods, Springer, 2006.