

# Méthodes de décomposition de domaine pour le couplage Antenne-Satellite

Nicolas ZERBIB<sup>1,3</sup>, Abderrahmane BENDALI<sup>1,2</sup>  
MBarek FARES<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CERFACS, 42 Av. G. de Coriolis, 31057 Toulouse cedex 1 (France) email : zerbib@cerfacs.fr,  
fares@cerfacs.fr

<sup>2</sup>MIP, UMR5640 (CNRS-UPS-INSA), INSA, 135 Av. de Rangueil, 31077 Toulouse cedex 4,  
(France) email : bendali@gmm.insa-tlse.fr

<sup>3</sup>CNES, centre de Toulouse, 18 Av. E. Belin, 31401 Toulouse cedex 4, (France)

---

## Résumé

Dans cette étude, nous nous intéressons à la détermination du champ électromagnétique rayonné par une structure complexe, de petites dimensions, modélisée par une méthode d'éléments finis (EF), en présence d'une structure métallique de très grande taille, modélisée par une méthode d'équations intégrales (EI). Nous proposons deux méthodes spécifiques pour ce couplage EF-EI particulier. La première approche est basée sur le couplage usuel de l'EI combinée (CFIE) avec une méthode EF avec les spécificités suivantes. L'utilisation de l'équation combinée sur la surface d'un diélectrique fait intervenir une intégrale fortement singulière qui ne peut être réduite à une intégrale faiblement singulière par intégration par partie. Nous montrons comment l'utilisation conjointe des techniques suivantes : formulation mixte de la composition de l'opérateur intégral avec la rotation autour de la normale, utilisation des fonctions bulles augmentant les éléments finis RWG et une élimination au niveau de l'assemblage, permettent de surmonter cette difficulté. Une élimination de Gauss des inconnues EF et des courants magnétiques permet alors de se ramener à une CFIE relative à un objet complètement métallique perturbée par une matrice de rang faible. Ce système est alors résolu par une méthode de Krylov avec une évaluation multipôle et un préconditionneur SPAI pour la matrice CFIE. La seconde approche repose sur l'utilisation d'une condition absorbante adaptative sur une frontière limitant la zone modélisée par EF. Elle évite ainsi aussi bien les modes parasites que l'apparition d'intégrales fortement singulières. Nous montrons comment surmonter les difficultés que présente cette formulation : traitement des jonctions entre la surface fictive et la surface métallique, équivalence de la formulation et du problème de de rayonnement initial.

*Mots clés : Décomposition de domaine, Couplage Eléments Finis Equations Intégrales, CFIE, FMM, Conditions Absorbantes Adaptatives .*

---

## Description.

Le problème auquel nous nous intéressons dans cette étude consiste en la détermination du champ électromagnétique rayonné par des sources localisées au sein d'une composante diélec-

trique hétérogène posée sur un objet métallique de très grande taille. En pratique, de tels problèmes sont rencontrés pour déterminer l'influence d'une grande structure comme un avion ou un satellite par exemple sur le diagramme de rayonnement d'une antenne complexe.

L'une des approches les plus appropriées pour résoudre ce type de problème est le couplage d'une méthode d'Eléments Finis (EF), pour la souplesse de son utilisation pour les cas complexes, avec une méthode d'Equations Intégrales (EI), bien adaptée pour la prise en compte de la propagation des ondes électromagnétiques en dehors de l'obstacle. Nous proposons deux formulations réalisant le couplage EF-EI spécifique précédent.

La première approche repose sur un couplage usuel d'une résolution EF avec une formulation CFIE comme dans [1] pour éliminer les modes parasites. En présence de courants magnétiques dans la représentation intégrale du champ électromagnétique, la formulation CFIE nécessite de composer l'opérateur  $n \times$  de rotation autour de la normale avec l'opérateur intégral  $T$  de la EFIE. Il n'est plus aisé d'utiliser, après cette composition, d'utiliser une formule d'intégration par partie pour réduire la forte singularité de l'intégrale comme cela est effectué dans la formulation usuelle de l'équation intégrale du champ électrique. Dans [2], les densités de charge relative à la divergence des fonctions  $n \times$  RWG (Rao-Wilton-Glisson) ne sont alors plus des fonctions intégrables usuelles mais deviennent des mesures concentrées sur les arêtes du maillage.

Dans cette étude, nous proposons une approche alternative pour réaliser cette composition. Elle repose sur les travaux de A. ELMKIES et P. JOLY [3]. Elle consiste à utiliser une méthode mixte qui se décompose en deux étapes. Pour des courants magnétiques  $M$ , nous commençons par introduire une nouvelle inconnue auxiliaire  $X = TM$  à la formulation de départ. Cette nouvelle équation est exprimée dans un espace d'éléments finis non usuel noté  $RWG_{aug}$ . Ce nouvel espace est construit à partir de l'espace classique RWG en lui rajoutant des fonctions de type *bulles* dans le but de surmonter le problème difficile de la condensation de masse pour les éléments finis d'arêtes en maillage triangulaire. Dans une seconde étape, la contribution de l'opérateur  $n \times X$  est incrémentée au niveau du procédé d'assemblage par un traitement judicieux permettant d'éliminer l'inconnue auxiliaire du système final à résoudre lors de la formation du système à résoudre.

Cette méthode conduit aussi à la résolution d'un système linéaire comportant à la fois des blocs de nature différente, creux et denses, ne permettant pas d'utiliser les bibliothèques classiques de résolution directe qui ne sont adaptées qu'à un seul type de matrice. Comme dans nos problèmes le support des courants magnétiques est de taille petite en comparaison à celle de la structure métallique, une bibliothèque (MUMPS, CERFACS), spécialement adaptée à la résolution des systèmes creux, est utilisée pour éliminer les degrés de liberté qui ne correspondent pas à des courants équivalents de surface dans les équations. Nous utilisons ensuite la bibliothèque SCALAPACK pour réaliser la décomposition  $LU$  du bloc dense  $C$  relatif au couplage des courants magnétiques avec eux-mêmes.

A ce stade, nous devons résoudre le système final  $(Z - B_3 C^{-1} B_2) J = U$  où  $J$  représente les degrés de liberté des courants électriques équivalents et où  $Z$  correspond à la matrice

d'impédance obtenue par une formulation CFIE lorsque la partie diélectrique est supposée comme un matériau parfaitement conducteur. Ce dernier système est résolu par une méthode itérative de type GMRES utilisant comme préconditionneur un SPAI (Sparse Approximate Inverse) du bloc prédominant  $Z$  uniquement. Chaque itération nécessite l'évaluation d'un produit matrice-vecteur  $ZJ$  réalisé par une méthode multipôle (FMM) et de deux produits matrice-vecteur et d'une descente-remontée  $B_3C^{-1}B_2J$ . Numériquement, la contribution de  $B_3C^{-1}B_2J$  peut être considérée comme une perturbation de rang faible de la partie  $Z$  prédominante. Nous avons en effet observé que le nombre d'itération nécessaire pour que l'algorithme GMRES converge pour le système complet  $(Z - B_3C^{-1}B_2)J = U$  reste quasiment le même que pour le système dont la matrice serait  $Z$  seul. Plusieurs tests numériques validant cette première approche ont été réalisés.

La seconde approche repose sur les travaux de Jian-Ming JIN et Jian Liu [4] qui ont proposée une nouvelle formulation de couplage EF-EI consistant à englober l'obstacle entier à l'intérieur d'une surface fictive  $S$ . La résolution du problème d'éléments finis complet se fait alors à l'aide d'une condition aux limites absorbante adaptative posée sur cette surface  $S$ . Suite à la taille de la partie métallique, cette méthode ne peut-être envisagée pour la résolution du problème ci-dessus car elle suppose d'entourer toute la structure en métal par une couche d'éléments finis. Nous proposons dans cette étude une amélioration de cette approche en limitant la surface  $S$  au voisinage proche de la petite partie diélectrique. Nous présentons les équations de cette formulation. Nous montrons qu'elle est bien posée et qu'elle est équivalente au problème initial. Cette formulation possède en outre l'avantage de ne pas faire intervenir des intégrales fortement singulières comme pour la première approche et d'être adaptée à une résolution itérative par décomposition de domaine faisant intervenir à chaque itération des résolutions découplées purement EF ou purement EI.

## Références

- [1] Xin-Qing SHENG, Jian-Ming JIN, Jiming SONG, Cai-Cheng Lu and Weng Cho CHEW, *On the Formulation of Hybrid Finite-Element and Boundary-Integral Methods for 3-D Scattering*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, **46**, No.3, (MARCH 1998).
- [2] Pasi YLA-OIJALA and Matti TASKINEN, *Calculation of the CFIE Impedance Matrix Elements With RWG and  $n \times$  RWG Functions*, IEEE Transactions on antennas and propagations, **51**, No.8, (AUGUST 2003).
- [3] A. ELMKIES, P. JOLY, *Eléments Finis et condensation de masse pour les équations de Maxwell : le cas 2D*, N° 3035, INRIA, (NOVEMBER 1996).
- [4] Jian-Ming JIN et Jian Liu, *A novel Hybridization of higher order finite element boundary integral methods for electromagnetic scattering and radiation problems*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, **49**, No.12, (DECEMBER 2001).